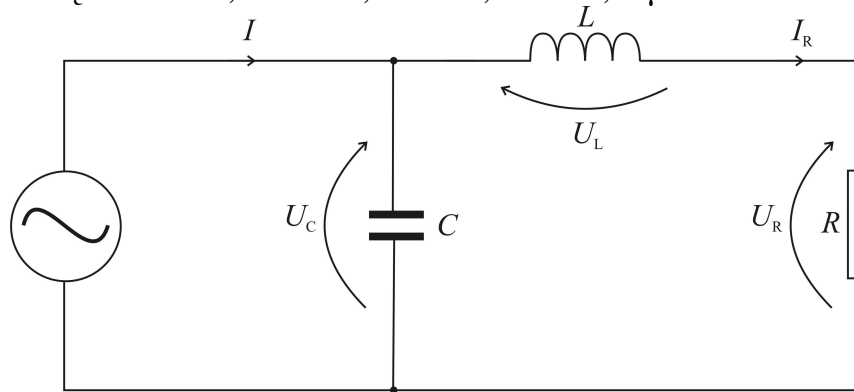


Zadanie 65. Obwód pokazany na rysunku zasilany jest napięciem sinusoidalnym o częstotliwości $f = 50[\text{Hz}]$. Moc wydzielana w rezystorze R wynosi $P = 200\text{W}$. Ile wynosi moc bierna pobierana przez cały układ, jeśli wartości elementów wynoszą: $R = 20\Omega$, $L = 159,155\text{mH}$, $C = 31,83\mu\text{F}$.



Rozwiązanie 1

Reaktancja indukcyjna i pojemnościowa wynoszą:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 159,155 = 50[\Omega], \quad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 31,83\mu\text{F}} = 100[\Omega].$$

Prąd płynący przez rezystor R oraz cewkę L wynosi:

$$I_R = \sqrt{\frac{P}{R}} = \frac{200}{20} = 3,162[\text{A}], \quad \text{stąd moc bierna w cewce: } Q_L = I_R^2 \cdot X_L = 3,162^2 \cdot 50 = 500[\text{VAr}].$$

Napięcia na rezystorze i cewce wynoszą:

$$U_R = I_R \cdot R = 3,162 \cdot 20 = 63,246[\text{V}], \quad U_L = I_R \cdot X_L = 3,162 \cdot 50 = 158,114[\text{V}].$$

Dodają się one geometrycznie, dając napięcie na kondensatorze

$$U_C = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{63,246^2 + 158,114^2} = 170,294[\text{V}].$$

Znajomość napięcia na kondensatorze pozwala wyznaczyć moc bierną na nim:

$$Q_C = -\frac{U_C^2}{X_C} = -\frac{170,294^2}{100} = -290[\text{VAr}]$$

Moc bierna pobierana przez układ to różnica mocy indukcyjnej i pojemnościowej:

$$Q = Q_L + Q_C = 500 - 290 = 210[\text{VAr}].$$

Rozwiązanie 2

Zespolona impedancja wypadkowa analizowanego układu wynosi:

$$\underline{Z} = \frac{-j \cdot X_C \cdot (R + jX_L)}{R + jX_L - j \cdot X_C} = \frac{-j \cdot 100 \cdot (20 + j \cdot 50)}{20 + j \cdot 50 - j \cdot 100} = (68,96 + j \cdot 72,41)[\Omega].$$

Ma ona charakter indukcyjny i zachowuje się jak połączenie szeregowe rezystora $68,96\Omega$ z cewką. Można więc wyznaczyć wartość prądu, który w tym rezystorze wydzieli moc czynną P :

$$I = \sqrt{\frac{P}{\text{Re}(\underline{Z})}} = \sqrt{\frac{200}{68,96}} = 1,703[\text{A}].$$

Wtedy zespolone napięcie wejściowe, zarazem napięcie na kondensatorze, wynosi:

(w zadaniu nie podano fazy żadnego prądu, do obliczeń można przyjąć wobec tego fazę dowolną, najprościej równą zero, wtedy $\underline{I} = I$)

$$\underline{U}_C = \underline{I} \cdot \underline{Z} = 1,703 \cdot (68,96 + j \cdot 72,41) = (117,44 + j \cdot 123,32)[\text{V}],$$

a część urojona mocy pozornej zespolonej daje nam całkowitą moc bierną układu:

$$\underline{S} = \underline{U}_C \cdot \underline{I}^* = (117,44 + j \cdot 123,32) \cdot 1,703 = (200 + j \cdot 210)[\text{VAr}].$$