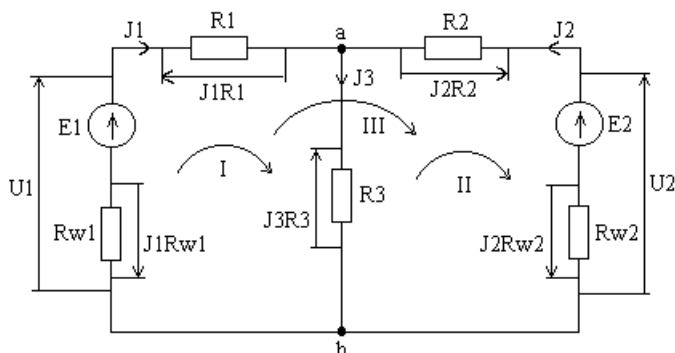


**Przykład: metoda Kirchhoffa**  
schemat układu:



**Dane:**

$E1 = 22 \text{ V}$  ,  $E2 = 9 \text{ V}$  ,  $R_{w1} = 0.5 \Omega$  ,  $R_{w2} = 0.2 \Omega$  ,  $R1 = 2 \Omega$  ,  $R2 = 2.8 \Omega$  ,  $R3 = 4 \Omega$  ;

**Obliczyć prądy  $J1$ ,  $J2$ ,  $J3$  w obwodzie oraz napięcia  $U1$  i  $U2$  na zaciskach źródeł.**

**Rozwiązanie**

Piszemy równanie prądowe dla węzła "a":

$$1. \quad J1 + J2 = J3$$

W równaniach oczkowych podstawiamy wartości liczbowe:

$$2. \quad 22 - 4 \cdot J3 - 2.5 \cdot J1 = 0$$

$$3. \quad 4 \cdot J3 - 9 + 3 \cdot J2 = 0$$

Z 2. równania wyrażamy prąd  $J1$ :

$$J1 = (22 - 4 \cdot J3) / 2.5$$

a z 3. prąd  $J2$ :

$$J2 = (9 - 4 \cdot J3) / 3$$

Podstawiając  $J1$  i  $J2$  do 1. równania otrzymujemy:

$$(22 - 4 \cdot J3) / 2.5 + (9 - 4 \cdot J3) / 3 = J3$$

Stąd  $J3 = 3 \text{ A}$ . Pozostałe prądy wynoszą:

$$J1 = (22 - 4 \cdot 3) / 2.5 = 4 \text{ A}$$

$$J2 = (9 - 4 \cdot 3) / 3 = -1 \text{ A}.$$

Ponieważ z obliczeń dla prądu  $J2$  wynikła wartość ujemna, oznacza to, że dodatni kierunek prądu jest przeciwny do założonego. Napięcie na zaciskach pierwszego źródła wynosi:

$$U1 = E1 - J1 \cdot R_{w1} = 22 - 4 \cdot 0.5 = 20 \text{ V}.$$

Zwrot  $E1$  jest zgodny z dodatnim kierunkiem prądu  $J1$ , a więc źródło to pracuje jako wydajnik energii elektrycznej. Napięcie na zaciskach drugiego źródła obliczone przy założeniu dodatniego kierunku prądu wynosi:

$$U2 = E2 + J2 \cdot R_{w2} = 9 + 1 \cdot 0.2 = 9.2 \text{ V}.$$

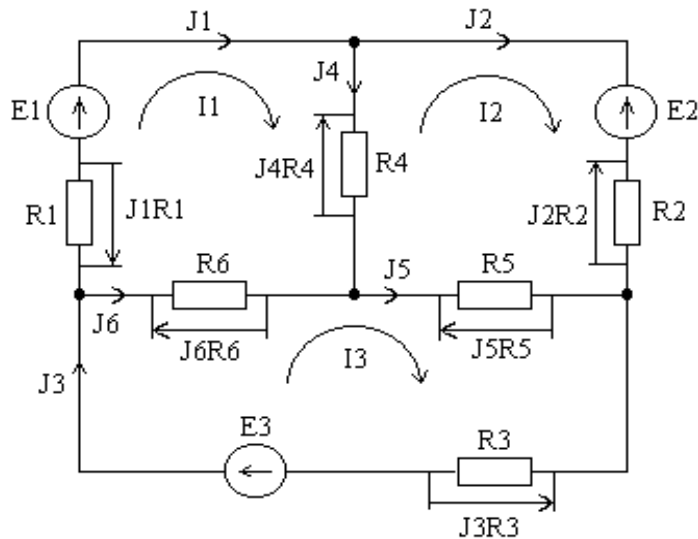
Zwrot  $E2$  jest przeciwny względem dodatniego kierunku prądu  $J2$ , więc źródło drugie pracuje jako odbiornik energii elektrycznej.

Wartość napięcia na zaciskach drugiego źródła można uzyskać również bez zmiany zwrotu prądu  $J2$  i spadków napięć w gałęzi. Zgodnie z pierwotnie oznaczonymi zwrotami otrzymujemy:

$$U2 = E2 - J2 \cdot R_{w2} = 9 - (-1 \cdot 0.2) = 9.2 \text{ V}.$$

### Metoda prądów oczkowych Maxwella

schemat układu:



Obliczyć prądy w gałęziach obwodu, gdy dane są:

$$E1 = 14 \text{ V}, E2 = 12 \text{ V}, E3 = 20 \text{ V}$$

$$R1 = 2 \Omega, R2 = 6 \Omega, R3 = 2 \Omega$$

$$R4 = 5 \Omega, R5 = 2 \Omega, R6 = 1 \Omega.$$

Rozwiązanie:

Podstawiamy wartości do równań:

Wyznacznik charakterystyczny:

$$\begin{aligned} 8 \cdot I1 - 5 \cdot I2 - 1 \cdot I3 &= 14 \\ -5 \cdot I1 + 13 \cdot I2 - 2 \cdot I3 &= -12 \\ -1 \cdot I1 - 2 \cdot I2 + 5 \cdot I3 &= 20 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 8 & -5 & -1 \\ -5 & 13 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 330$$

Wyznaczniki:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 14 & -5 & -1 \\ -12 & 13 & -2 \\ 20 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 990$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 & 14 & -1 \\ -5 & -12 & -2 \\ -1 & 20 & 5 \end{vmatrix} = 330$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 8 & -5 & 14 \\ -5 & 13 & -12 \\ -1 & -2 & 20 \end{vmatrix} = 1650$$

Prądy oczkowe:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{990}{330} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{330}{330} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{1650}{330} = 5 \text{ A}$$

Znając prądy oczkowe obliczamy prądy w gałęziach:

$$J1 = I1 = 3 \text{ A}$$

$$J2 = I2 = 1 \text{ A}$$

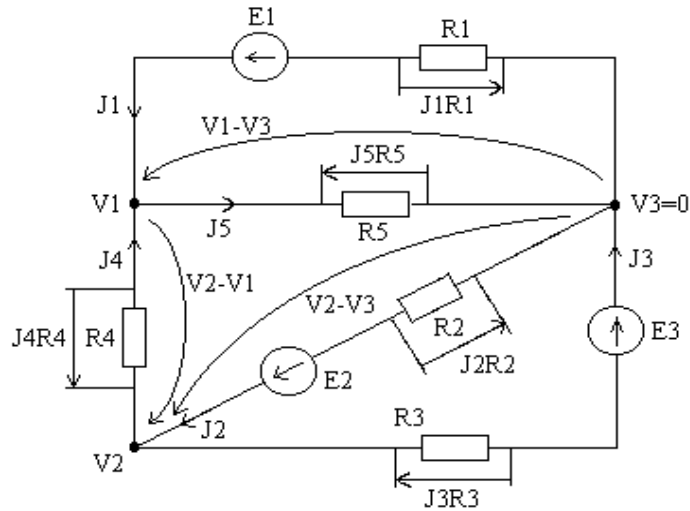
$$J3 = I3 = 5 \text{ A}$$

$$J4 = I1 - I2 = 3 - 1 = 2 \text{ A}$$

$$J5 = I3 - I2 = 5 - 1 = 4 \text{ A}$$

$$J6 = I3 - I1 = 5 - 3 = 2 \text{ A}$$

**Metoda potencjałów węzłowych Coltri'ego**  
schemat układu:



Obliczyć prądy płynące w gałęziach obwodu, gdy dane są:

$$E1 = 26 \text{ V} , E2 = 33 \text{ V} , E3 = 5 \text{ V}$$

$$R1 = 2 \Omega , R2 = 1 \Omega , R3 = 5 \Omega , R4 = 2.5 \Omega , R5 = 4 \Omega$$

Rozwiązanie:

Zakładamy  $V3 = 0$  , a do równań wyprowadzonych dla tego obwodu podstawiamy dane:

$$V1 * (1/2 + 1/2.5 + 1/4) - V2 * (1/2.5) = 26 * (1/2)$$

$$V2 * (1 + 1/5 + 1/2.5) - V1 * (1/2.5) = 33 * 1 - 5 * (1/5)$$

Po wykonaniu działań obliczamy:

$$V1 = 20 \text{ V}$$

$$V2 = 25 \text{ V}$$

Znając potencjały węzłów obliczamy prądy w gałęziach:

$$J1 = (26 - 20) / 2 = 3 \text{ A}$$

$$J2 = (33 - 25) / 1 = 8 \text{ A}$$

$$J3 = (5 + 25) / 5 = 6 \text{ A}$$

$$J4 = (25 - 20) / 2.5 = 2 \text{ A}$$

$$J5 = 20 / 4 = 5 \text{ A}$$