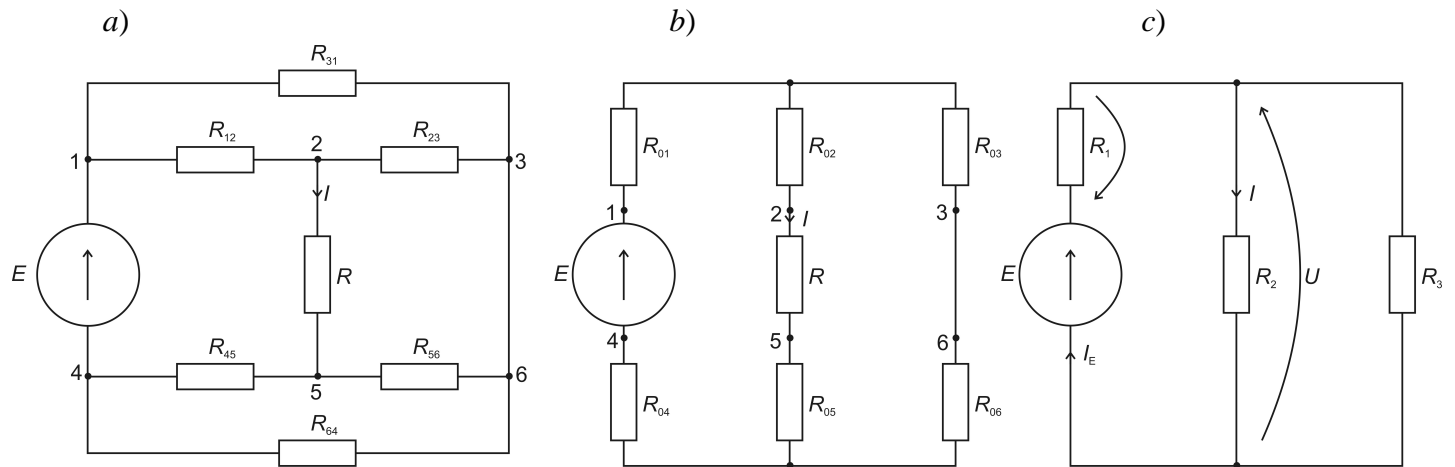


Zadanie 4

W układzie podanym na rysunku a) wyznaczyć prąd I w gałęzi środkowej.

Dane:

$$R_{12}=18\Omega, R_{23}=18\Omega, R_{31}=18\Omega, R_{45}=9\Omega, R_{56}=9\Omega, R_{64}=9\Omega, R=9\Omega, E=15V.$$



Zadanie można rozwiązać transfigurując dwa trójkąty: 1-2-3 oraz 4-5-6 na gwiazdy. Wynik tej transfiguracji jest widoczny na rysunku b). Wartości rezystorów to:

$$R_{01}=R_{02}=R_{03}=\frac{1}{3}\cdot R_{12}=\frac{1}{3}\cdot R_{23}=\frac{1}{3}\cdot R_{31}=6\Omega$$

$$R_{04}=R_{05}=R_{06}=\frac{1}{3}\cdot R_{45}=\frac{1}{3}\cdot R_{56}=\frac{1}{3}\cdot R_{64}=3\Omega$$

Końcową redukcję rezystorów przedstawia rysunek c). Rezystory znajdujące się na nim wynoszą:

$$R_1=R_{01}+R_{04}=9\Omega, R_2=R_{02}+R+R_{05}=18\Omega, R_3=R_{03}+R_{06}=9\Omega.$$

Wynikowa rezystancja obciążająca źródło E wynosi:

$$R_w=R_1+\frac{R_2\cdot R_3}{R_2+R_3}=9+\frac{18\cdot 9}{18+9}=15\Omega$$

Prąd pobierany ze źródła $I_E=15V/15\Omega=1A$.

Spadek napięcia na rezystorze R_1 wynosi $9V$, skąd napięcie $U=E-U_{R1}=6V$. W takim razie prąd I płynący przez rezystor R_2 (oraz R) wynosi:

$$I=\frac{U}{R_2}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}A.$$

Sprawdzenie metodą węzłową, powstają trzy równania, rozwiązanie w Mathcadzie. Węzeł 4 jest uziemiony, węzeł 5 ma potencjał V_4 , a potencjał węzłów 3 i 6 jest taki sam: V_3 .

$$R_{12}:=18\cdot\Omega \quad R_{23}:=18\cdot\Omega \quad R_{31}:=18\cdot\Omega$$

$$R_{45}:=9\cdot\Omega \quad R_{56}:=9\cdot\Omega \quad R_{64}:=9\cdot\Omega \quad R:=9\cdot\Omega \quad E:=15\cdot V \quad \text{origin}:=1$$

$$j:=1..4 \quad V_j:=0 \quad \text{Given}$$

$$V_1=E$$

$$V_2\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R_{23}}+\frac{1}{R_{12}}\right)-V_1\cdot\frac{1}{R_{12}}-V_3\cdot\frac{1}{R_{23}}-V_4\cdot\frac{1}{R}=0$$

$$V_3\left(\frac{1}{R_{23}}+\frac{1}{R_{31}}+\frac{1}{R_{56}}+\frac{1}{R_{64}}\right)-V_2\cdot\frac{1}{R_{23}}-V_1\cdot\frac{1}{R_{31}}-V_4\cdot\frac{1}{R_{56}}=0$$

$$V_4\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R_{45}}+\frac{1}{R_{56}}\right)-V_2\cdot\frac{1}{R}-V_3\cdot\frac{1}{R_{56}}=0$$

$$V:=\text{Find}(V) \quad V^T=(15 \ 7 \ 5 \ 4)V \quad I:=\frac{(V_2-V_4)}{R}=0.333333A$$