

Model pojedynczego zwoju i połączenie z sąsiednim zwojem

Spadek napięcia na gałęzi i ($i, j = 1 \dots N_g$) :

$$I_i \cdot (R_i + j\omega L_i) = V_i - V_{i+1} - j\omega \sum_{j \neq i} M_{ij} I_j,$$

$$V_i - V_{i+1} = I_i \cdot R_i + j\omega \sum_j M_{ij} I_j$$

$g = 1 \dots N_g$ gałęzi. Pierwsze napięcie: $V_1 = V_{in}$ jest znane. Niewiadomych napięć jest więc N_g .

Suma prądów w węzle:

$$I_i = I_{i+1} + \frac{j\omega}{2} (C_i + C_{i+1}) \cdot V_{i+1} + \frac{j\omega}{2} \sum_{j \neq i} C_{i,j} \cdot (V_{i+1} - V_{j+1}) + \frac{j\omega}{2} \sum_{j \neq i+1} C_{i+1,j} \cdot (V_{i+1} - V_j)$$

Równań prądowych jest N_g . Niewiadomych prądów $i = 1 \dots N_g + 1$. Ostatni prąd $I_{out} = V_{out}/R_0$. ($V_{out} = V_{N_g+1}$).

Czyli pozostaje N_g prądów do wyznaczenia.

$$[A] \begin{Bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{VV} & \mathbf{A}_{VI} \\ \mathbf{A}_{IV} & \mathbf{A}_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I} \end{Bmatrix} = 0,$$

$$\begin{matrix}
 \mathbf{A}_{VV} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}} \right\} N_g \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{N_g+1}
 \end{matrix}
 \quad
 \begin{matrix}
 \mathbf{A}_{VI} = \begin{bmatrix} -R_1 - j\omega L_{11} & -j\omega M_{12} & \dots & -j\omega M_{1,N_g} & 0 \\ -j\omega M_{21} & -R_2 - j\omega L_{22} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -j\omega M_{N_g-1,1} & -j\omega M_{N_g-1,2} & \dots & -j\omega M_{N_g-1,N_g} & 0 \\ -j\omega M_{N_g,1} & -j\omega M_{N_g,2} & \dots & -R_{N_g} - j\omega L_{N_g,N_g} & 0 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} -R_1 - j\omega L_{11} & -j\omega M_{12} & \dots & -j\omega M_{1,N_g} & 0 \\ -j\omega M_{21} & -R_2 - j\omega L_{22} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -j\omega M_{N_g-1,1} & -j\omega M_{N_g-1,2} & \dots & -j\omega M_{N_g-1,N_g} & 0 \\ -j\omega M_{N_g,1} & -j\omega M_{N_g,2} & \dots & -R_{N_g} - j\omega L_{N_g,N_g} & 0 \end{bmatrix}} \right\} N_g \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{N_g+1}
 \end{matrix}
 \quad
 \begin{matrix}
 \mathbf{A}_{IV} = \frac{j\omega}{2} \begin{bmatrix} 0 & C_1 + C_2 + C_{12} + C_{22} - C_{22} & -(C_{12} + C_{23}) & \dots & -(C_{1,N_g} + C_{2,N_g+1}) \\ -C_{31} & -C_{21} & C_2 + C_3 + C_{23} + C_{33} - C_{33} & \dots & -(C_{2,N_g} + C_{3,N_g+1}) \\ -C_{41} & -C_{31} - C_{42} & -C_{32} & \dots & -(C_{3,N_g} + C_{4,N_g+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -C_{N_g+1,1} & -C_{N_g,1} - C_{N_g+1,2} & -C_{N_g,2} - C_{N_g+1,3} & \dots & -C_{N_g,N_g-1} \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} 0 & C_1 + C_2 + C_{12} + C_{22} - C_{22} & -(C_{12} + C_{23}) & \dots & -(C_{1,N_g} + C_{2,N_g+1}) \\ -C_{31} & -C_{21} & C_2 + C_3 + C_{23} + C_{33} - C_{33} & \dots & -(C_{2,N_g} + C_{3,N_g+1}) \\ -C_{41} & -C_{31} - C_{42} & -C_{32} & \dots & -(C_{3,N_g} + C_{4,N_g+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -C_{N_g+1,1} & -C_{N_g,1} - C_{N_g+1,2} & -C_{N_g,2} - C_{N_g+1,3} & \dots & -C_{N_g,N_g-1} \end{bmatrix}} \right\} N_g \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{N_g+1}
 \end{matrix}
 \quad
 \mathbf{A}_{II} = \begin{matrix}
 \begin{bmatrix} -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}} \right\} N_g \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{N_g+1}
 \end{matrix}
 \quad
 \begin{matrix}
 \begin{Bmatrix} V_{in} \\ V_2 \\ \dots \\ V_{N_g} \\ V_{out} \\ I_{in} \\ I_2 \\ \dots \\ I_{N_g} \\ I_{out} \end{Bmatrix}
 \end{matrix}$$

4. UZYSKIWANIE PARAMETRÓW SKUPIONYCH

Parametry RLC zwojów są uzyskiwane z dwuwymiarowej analizy pola elektromagnetycznego uzwojenia. Model składa się z pojedynczych, niepołączonych zwojów, pobudzanych znanym napięciem lub prądem.

Wyznaczanie pojemności własnych i wzajemnych z modelu elektrostatycznego:

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \epsilon_0 \nabla \Phi(r, z)) = -\rho. \quad (1)$$

Indukcyjności własne i wzajemne są wyznaczane z modelu uwzględniającego prądy wirowe

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A}) + j\omega\gamma\mathbf{A} = \mathbf{J}_s. \quad (2)$$

Rozwiązania wykonano używając pakietu ANSYS Maxwell, który posiada możliwość obliczania potrzebnych macierzy, mianowicie macierzy indukcyjności na podstawie energii magnetycznej:

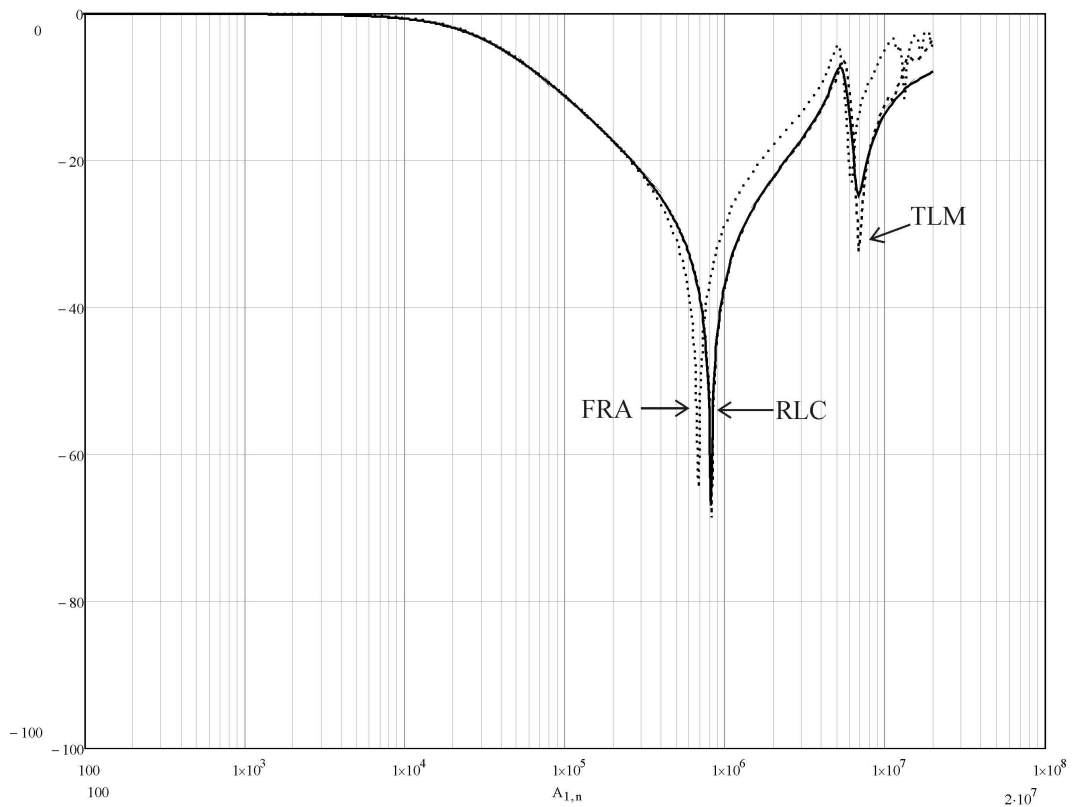
$$W_{AV} = \frac{1}{4} \int \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{H}_j^* dV, \quad L_{ij} = \frac{4W_{AV}}{I_{Peak}^2} = \int \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{H}_j d\Omega, \quad (3)$$

macierzy pojemności z energii pola elektrycznego:

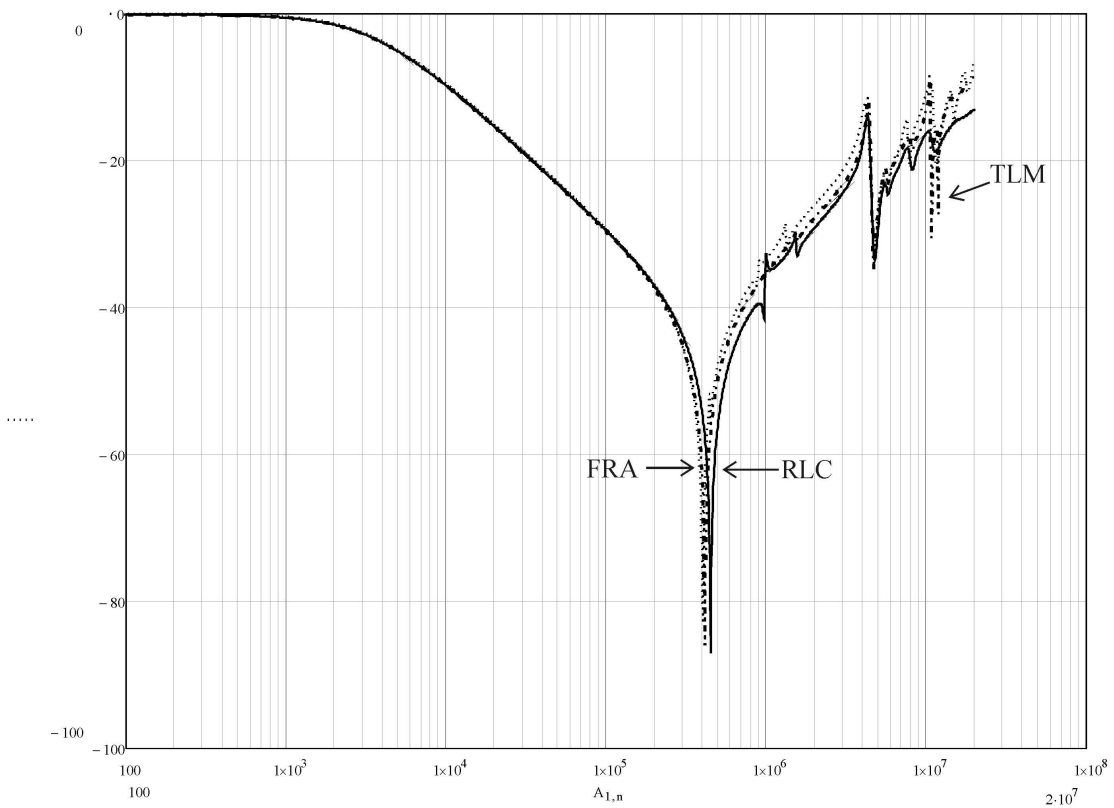
$$W_{ij} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbf{D}_i \cdot \mathbf{E}_j d\Omega, \quad C_{ij} = \frac{2W_{ij}}{V^2} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_i \cdot \mathbf{E}_j d\Omega, \quad (4)$$

oraz rezystancji na podstawie strat mocy:

$$P = \frac{1}{2\gamma} \int \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* d\Omega, \quad R = \frac{2P}{I_{Peak}^2} = \frac{\int \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* d\Omega}{\gamma I_{Peak}^2} = \int \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* d\Omega. \quad (5)$$



Rys. 3. Amplituda sygnału uzyskana za pomocą modelu o stałych skupionych (RLC), modelu o stałych rozłożonych (TLM) oraz pomiaru (FRA) . Uzwojenie ma 18 zwojów.



Rys. 4. Amplituda sygnału uzyskana za pomocą modelu o stałych skupionych (RLC), modelu o stałych rozłożonych (TLM) oraz pomiaru (FRA) . Uzwojenie ma 60 zwojów.