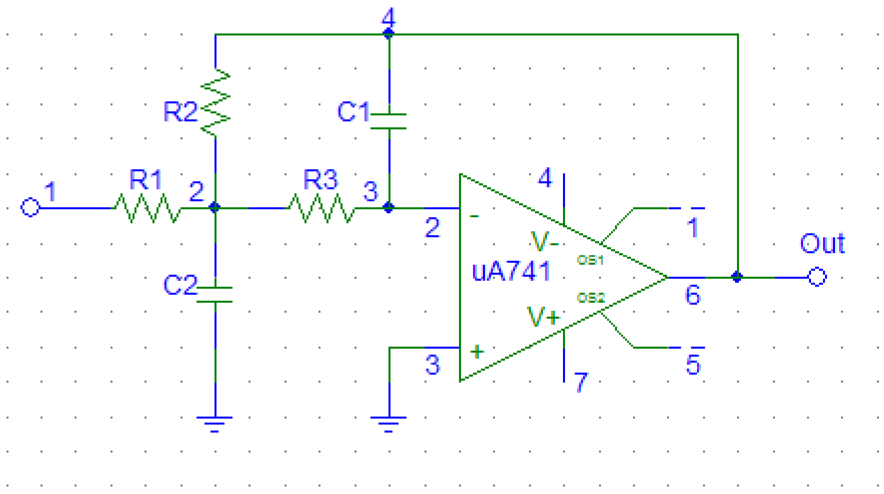
ĆWICZENIE 9. PROJEKTOWANIE FILTRU AKTYWNEGO DOLNOPRZEPUSTOWEGO Z WIELOKROTNYM SPRZĘŻENIEM ZWROTNYM



Transmitancja zostanie wyznaczona metodą Nathana:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+sC_2 & -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3}+sC_1 & -sC_1 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & -sC_1 & \frac{1}{R_2}+sC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3=0 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2=0 \\ I_3=0 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+sC_2\right) & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & -\frac{1}{R_3} & -sC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transmitancja dolnoprzepustowa:

$$k_U = \frac{U_4}{U_1} = -\frac{\frac{1}{R_1}\frac{1}{R_3}}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+sC_2\right)sC_1+\frac{1}{R_2}\frac{1}{R_3}}$$

$$k_U = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+S\;\omega_g\;C_1\left(R_2+R_3+\frac{R_2R_3}{R_1}\right)+S^2\omega_g^2C_1C_2R_2R_3}$$

$$k_{U0} = \frac{R_2}{R_1}, \quad a_1 = \omega_g\,C_1\left(R_2+R_3+\frac{R_2\,R_3}{R_1}\right), \quad b_1 = \omega_g^2\,C_1\,C_2R_2R_3.$$

Eliminując R_1 oraz R_3 otrzymuje się:

$$a_1 = \omega_g\,C_1\left[\;R_2+\frac{b_1}{\omega_g^2C_1C_2R_2}(1+k_{U0})\right]$$

co prowadzi do równania kwadratowego z niewiadomą R_2:

$$\omega_g^{\,2}\,C_1\,C_2\,R_2^{\,2} - a_1\,\omega_g\,C_2\,R_2 + b_1(\,1+k_{U0}\,) = 0$$

$$R_2 = \frac{a_1\,C_2 - \sqrt{a_1^2\,C_2^2 - 4\,C_1C_2\,b_1\,(1+k_{U0})}}{4\pi\,f_g\,C_1C_2}$$

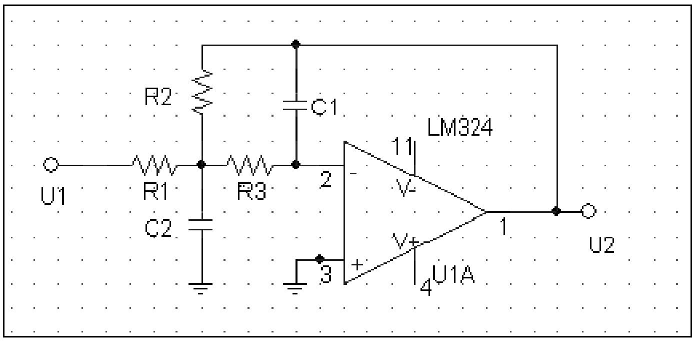
$$R_3 = \frac{b_1}{4\pi^2\,f_g^{\,2}\,C_1C_2R_2}, \qquad R_1 = \frac{R_2}{k_{U0}}.$$

Musi być spełniony warunek: $\dfrac{C_2}{C_1} \geq \dfrac{4\,b_1\,(1+k_{U0})}{a_1^2}$

Korzystnie jest przyjmować: $C_2\,/C_1 = ...$

Projektowanie filtru dolnoprzepustowego

Analizujemy układ jak na rysunku:



Zakładamy wartości kondensatorów

$C_1 := 1\cdot 10^{-3}$

$C_2 := 10\cdot 10^{-3}$

Transmitancja układu jest dana wzorem:

$$k_U = \frac{\dfrac{R_1}{R_2}}{1 + S\,\omega_g\,C_1\left(R_2 + R_3 + \dfrac{R_2R_3}{R_1}\right) + S^2\omega_g^2 C_1C_2R_2R_3}$$

Dla częstości unormowanej (S*ωg=Ω) filtr Butterwortha otrzymuje się przy dwóch parach *R*:

$$R_2 := \frac{\sqrt{2}\cdot C_2 - \sqrt{2\cdot(C_2)^2 - 4\,C_1\cdot C_2\cdot 2}}{2\cdot C_2\cdot C_1} = 159.384 \qquad R_3 := \frac{1}{C_1\cdot C_2\cdot R_2} = 627.415 \qquad R_1 := R_2$$

oraz

$$RR_2 := \frac{\sqrt{2}\cdot C_2 + \sqrt{2\cdot(C_2)^2 - 4\,C_1\cdot C_2\cdot 2}}{2\cdot C_2\cdot C_1} = 1.255\times 10^3 \qquad RR_3 := \frac{1}{C_1\cdot C_2\cdot RR_2} = 79.692$$

$$RR_1 := RR_2$$

Moduł transmitancji naszego filtru oraz filtru Butterwortha mają postać:

$$K(\Omega, R, C) := \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \Omega^2\cdot C_1\cdot C_2\cdot R_2\cdot R_3\right)^2 + \Omega^2\cdot(C_1)^2\cdot(2R_3 + R_2)^2}} \qquad K\_Butt(\Omega) := \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \Omega^2\right)^2 + 2\Omega^2}}$$

Charakterystyka filtru Butterwortha i naszego filtru (od Ω=0 do Ω=2) : $I\Omega := 1..200$